Бегущие волны. Основные определения

Волна – процесс распространения колебаний в пространстве (среде)

Волна называется продольной, если колебания происходят вдоль направления распространения возмущений

Волна называется поперечной, если колебания происходят перпендикулярно направлению распространения возмущений

Бегущие волны. Основные определения

Одномерное классическое волновое уравнение

$$\frac{\partial^2 \xi}{\partial t^2} = \upsilon^2 \cdot \frac{\partial^2 \xi}{\partial x^2}$$

Одно из решений волнового уравнения (гармоническая волна, бегущая вправо)

$$\xi(x,t) = A\cos\left[\omega\left(t - \frac{x}{\upsilon}\right)\right] = A\cos(\omega t - kx)$$

Волновой поверхностью называется поверхность, колебания во всех точках которой происходят в одной и той же фазе

Бегущие волны. Основные определения

Уравнение плоской гармонической волны

$$\xi(r,t) = A\cdot\cos(\omega t - \vec{k}\vec{r})$$

Уравнение сферической волны

$$\xi(r,t) = \frac{A_0}{r}\cdot\cos(\omega t - kr)$$

Длина волны - это расстояние между ближайшими точками вдоль направления распространения волны, колебания в которых происходят в одной фазе

Электромагнитные волны

Вывод волнового уравнения опирается на 2 уравнения Максвелла

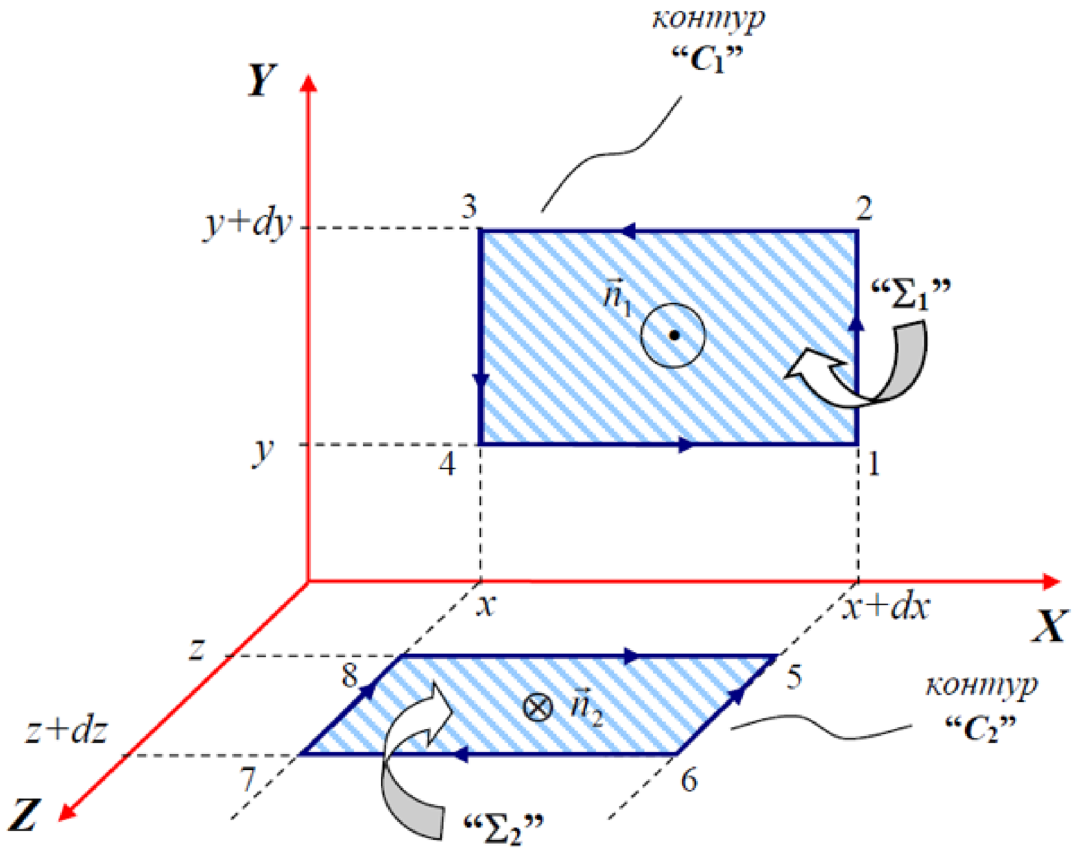
$$\oint\limits_C \vec{E}^* \cdot d\vec{l} = -\frac{\partial}{\partial t}\int\limits_\Sigma \vec{B} \cdot d\vec{S}.$$

$$\oint\limits_C \vec{B} \cdot d\vec{l} = \mu\mu_0 \cdot \left(\int\limits_\Sigma \vec{j} \cdot d\vec{S} + \varepsilon\varepsilon_0 \int\limits_\Sigma \frac{\partial \vec{E}}{\partial t} \cdot d\vec{S} \right)$$

Модельные предположения:

1) ***среда однородная и непроводящая, в ней не может быть токов проводимости*** $\left(\int\limits_\Sigma \vec{j} \cdot d\vec{S} = 0 \right)$
2) $\vec{E}$ и $\vec{B}$ ***зависят только от одной пространственной координаты, например, x***

Электромагнитные волны

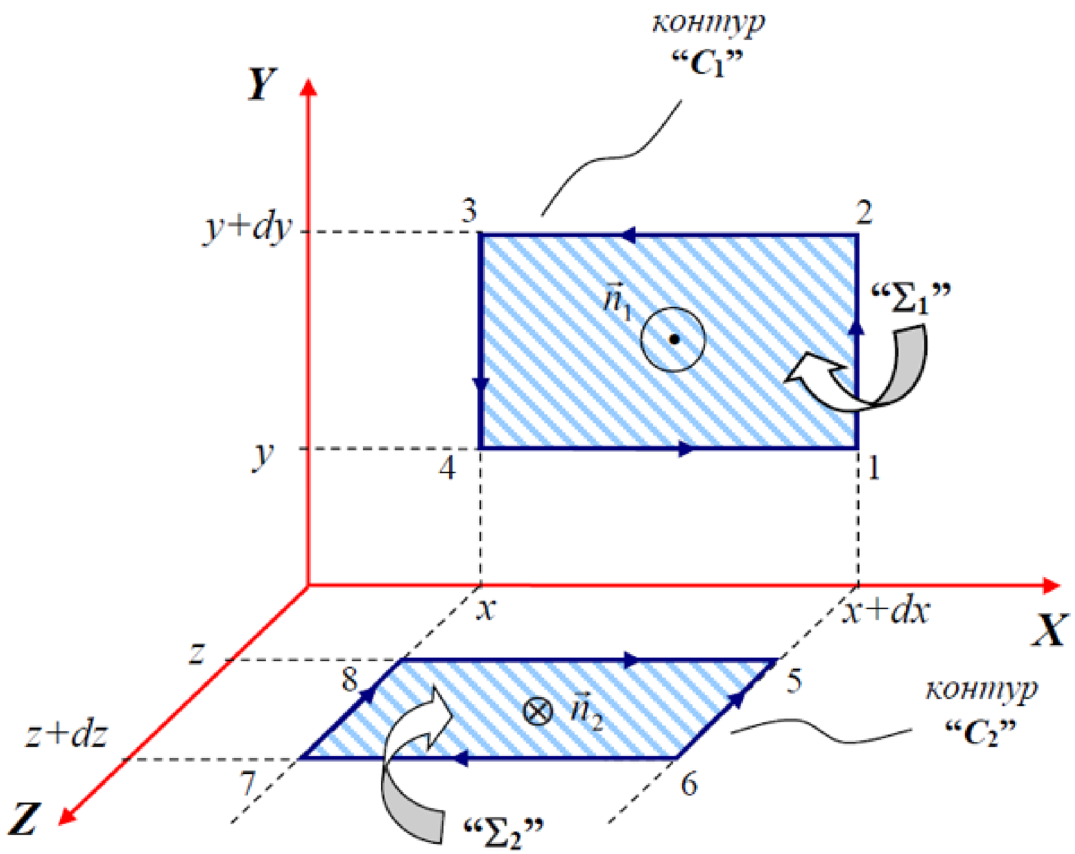


$$\oint_{C_1} \vec{E} \cdot d\vec{l} = \left[E_y(x+dx) - E_y(x)\right] \cdot dy = \frac{\partial E_y}{\partial x} \cdot dxdy$$

$$\int_{\Sigma_1} \vec{B} \cdot d\vec{S} = B_z \cdot dxdy$$

$$\frac{\partial E_y}{\partial x} = -\frac{\partial B_z}{\partial t}$$

Электромагнитные волны



$$\oint_{C_2} \vec{B} \cdot d\vec{l} = \left[B_z(x+dx) - B_z(x)\right] dz = \frac{\partial B_z}{\partial x} dxdz.$$

$$\int_{\Sigma_2} \vec{E} \cdot d\vec{S} = -E_y \cdot dxdz.$$

$$\frac{\partial B_z}{\partial x} = -\varepsilon\varepsilon_0 \mu\mu_0 \cdot \frac{\partial E_y}{\partial t}$$

Электромагнитные волны

$$\frac{\partial^2 E_y}{\partial x^2} = -\frac{\partial}{\partial t}\left(\frac{\partial B_z}{\partial x}\right),$$

$$\frac{\partial^2 B_z}{\partial x^2} = -\varepsilon\varepsilon_0\mu\mu_0 \frac{\partial}{\partial t}\left(\frac{\partial E_y}{\partial x}\right).$$

После преобразований (см. слайды 5 и 6):

$$\frac{\partial^2 E_y}{\partial t^2} = \frac{1}{\varepsilon\varepsilon_0\mu\mu_0}\cdot\frac{\partial^2 E_y}{\partial x^2},$$

$$\frac{\partial^2 B_z}{\partial t^2} = \frac{1}{\varepsilon\varepsilon_0\mu\mu_0}\cdot\frac{\partial^2 B_z}{\partial x^2}.$$

Электромагнитные волны

Важные выводы:

1) уравнения

$$\frac{\partial^2 E_y}{\partial t^2} = \frac{1}{\varepsilon\varepsilon_0\mu\mu_0} \cdot \frac{\partial^2 E_y}{\partial x^2}, \qquad \frac{\partial^2 B_z}{\partial t^2} = \frac{1}{\varepsilon\varepsilon_0\mu\mu_0} \cdot \frac{\partial^2 B_z}{\partial x^2}$$

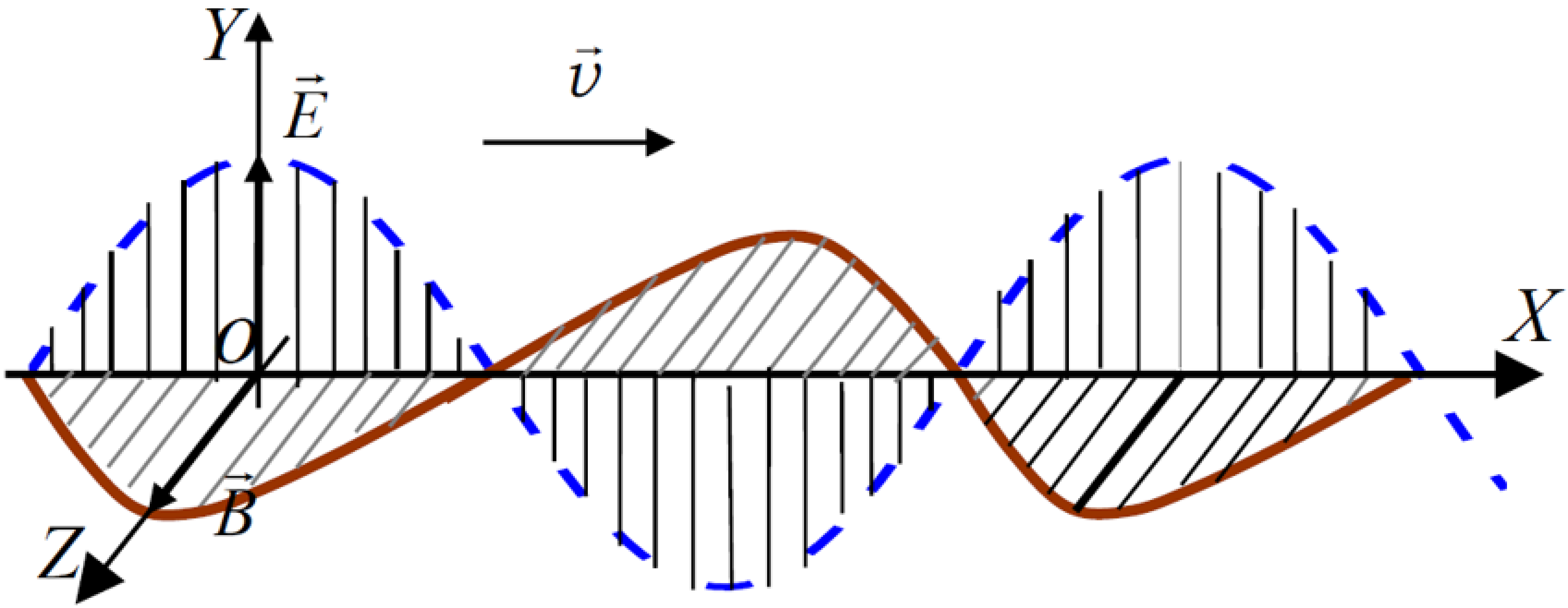
с математической точки зрения абсолютно одинаковы – изменения электрического и магнитного полей в электромагнитной волне строго взаимосвязаны

2) фазовая скорость электромагнитной волны оказалась равной

$$\upsilon = \frac{1}{\sqrt{\varepsilon\varepsilon_0\mu\mu_0}}$$

3) электромагнитная волна является поперечной; векторы $\vec{E}$, $\vec{B}$ и $\vec{\upsilon}$ ***всегда образуют правую тройку***

Электромагнитные волны



$$\varepsilon\varepsilon_0 E^2(t) = \frac{B^2(t)}{\mu\mu_0}, \quad B(t) = \frac{E(t)}{\upsilon}.$$

Электромагнитные волны

Энергия электромагнитной волны

$$w_E = \frac{\varepsilon\varepsilon_0 E^2}{2}, \qquad w_B = \frac{B^2}{2\mu\mu_0}.$$

$$w = w_E + w_B = \varepsilon\varepsilon_0 E^2 = \frac{B^2}{\mu\mu_0} = \frac{EB}{\mu\mu_0 \upsilon}$$

$$S(t) = w(t)\cdot\upsilon = \frac{EB}{\mu\mu_0}$$

$$\vec{S}(t) = w(t)\cdot\vec{\upsilon} = \frac{[\vec{E},\vec{B}]}{\mu\mu_0}$$